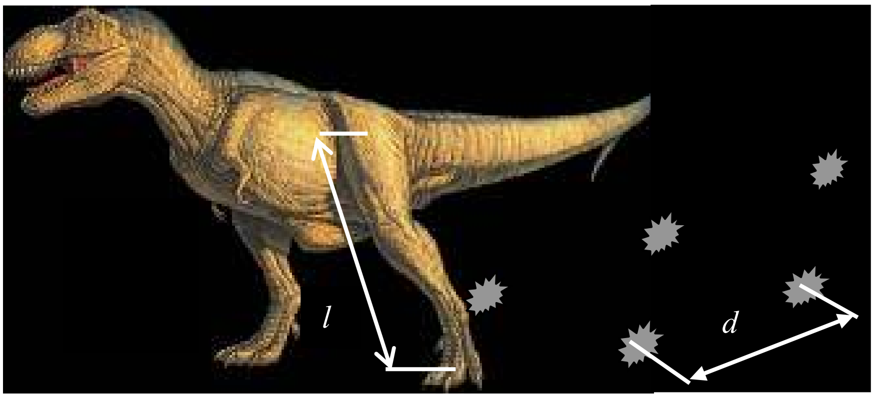
1. Oscilații armonice în câmpuri gravitaționale, electrice și magnetice



A) Toate animalele mergătoare, inclusiv omul, au un mers "natural – normal", ceea ce înseamnă că în deplasarea lor confortabilă ele efectuează un anumit număr de pași în unitatea de timp. Se acceptă că acest mers "natural - normal" corespunde oscilațiilor picioarelor lor, asemenea unor pendule fizice.

Așa de exemplu, dinozaurul *Tyrannosaurus rex*, care a trăit în urmă cu 65 milioane de ani, reconstituit în figura alăturată după cercetarea fosilelor descoperite, avea lungimea picioarelor $l = 3{,}1$ m și lungimea pasului (distanța dintre două urme consecutive ale aceluiași picior) $d = 4{,}0$ m.

Să se determine viteza mersului "natural – normal" uniform al dinozaurului *Tyrannosaurus rex*, dacă piciorul acestuia, un pendul fizic care oscilează în jurul articulației din șold, poate fi modelat ca o bară liniară omogenă cu lungimea *l*, care efectuează oscilații armonice libere în jurul unei axe orizontale care trece prin capătul superior, perioada oscilațiilor sale armonice fiind: $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{2l}{3g}}$.

Se cunoaște accelerația gravitațională terestra, $g = 9{,}8$ m/s^2.

B) În spațiul paralelipipedic dintre două plăci conductoare fixe, plane și orizontale, conectate la bornele unui generator electrostatic, se află un corp punctiform, electrizat pozitiv, suspendat de un fir izolator, foarte ușor și inextensibil, având lungimea *l*. Corpul suspendat (un pendul electric), efectuează oscilații armonice, cu perioada T_0, sub punctul de suspensie, într-un plan vertical. *Să se determine* perioada oscilațiilor mici ale pendulului, efectuate în același plan vertical, în același spațiu dintre cele două plăci, atunci când punctul superior de suspensie al firului pendulului, precum și cele două plăci se deplasează pe orizontală cu accelerația constantă $\vec{a}$ și *să se stabilească* direcția în raport cu care se efectuează oscilațiile pendulului. Se neglijează efectele relativiste.

C) La jumătatea distanței dintre două conductoare liniare rigide, paralele și foarte lungi, fixate într-un același plan vertical, la distanța $2d$ unul sub celălalt, parcurse în același sens de curenți electrici cu intensități ale căror valori numerice sunt identice, *I*, se află în repaus un conductor liniar rigid și mobil, cu lungimea *l*, paralel cu conductoarele date, în planul vertical al acestora. Conductorul mobil este suspendat de *n* fire izolatoare, elastice, identice, verticale, foarte ușoare, fiecare cu constanta de elasticitate *k* și distribuite uniform (echidistant) de-a lungul conductorului mobil. Acest conductor mobil este parcurs de un curent cu intensitatea I_0, având sensul invers față de sensurile curenților prin conductoarele laterale.

Să se determine perioada oscilațiilor mici, efectuate de conductorul mobil în planul vertical al celor trei conductoare. Capetele conductorului mobil se află pe aceleași verticale cu capetele conductoarelor fixe. Punctele de suspensie ale firelor elastice se află pe o aceeași direcție orizontală. Se cunosc: permeabilitatea magnetică absolută a aerului, μ_0; masa conductorului mobil, *m*. Se neglijează fenomenul inducției electromagnetice. Se știe că: $1/(1+x) \approx 1 - x$ și $1/(1-x) \approx 1 + x$, dacă $x << 1$.

---

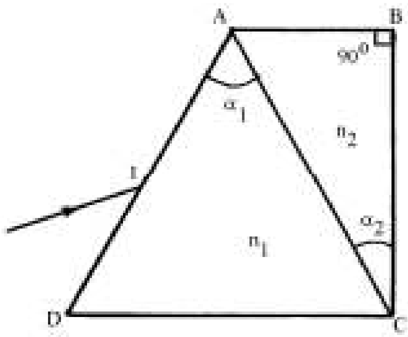
1. Fiecare dintre subiectele 1, 2, respectiv 3 se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve în orice ordine cerințele a, b etc.
3. Durata probei este de 3 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
4. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare subiect se punctează de la 10 la 1 (1 punct din oficiu). Punctajul final reprezintă suma acestora.

2. Dispersie, interferență, difracție

A) Două prisme optice având unghiurile refringente $\alpha_1 = 60^0$ și $\alpha_2 = 30^0$ sunt lipite așa cum se arată în figura alăturată, unghiul DCB fiind de 90^0. Indicii de refracție ai prismelor satisfac relațiile:

$$n_1 = a_1 + \frac{b_1}{\lambda^2},\ n_2 = a_2 + \frac{b_2}{\lambda^2},$$

unde $a_1 = 1{,}1$, $b_1 = 10^5\,\mathrm{nm}^2$, $a_2 = 1{,}3$, $b_2 = 5 \cdot 10^4\,\mathrm{nm}^2$.



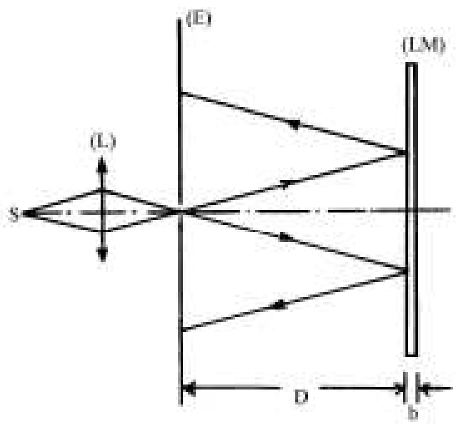
1) *Determinați* lungimea de undă λ_0 a radiației incidente care la interfața AC nu suferă refracție, indiferent de unghiul de incidență din punctul I de pe fața AD. Ce valori au indicii de refracție n_1 și n_2 pentru această lungime de undă (λ_0)?

2) *Ce valori* au indicii de refracție n_1 și n_2 pentru radiațiile roșii ($\lambda_r = 800\,\mathrm{nm}$) și violete ($\lambda_v = 400\,\mathrm{nm}$)? *Schițați* modul în care radiațiile cu lungimile de undă $\lambda_0, \lambda_r, \lambda_v$ traversează sistemul de prisme. Considerați că unghiul de incidență din punctul I al celor trei radiații este același!

3) *Calculați* unghiul de deviație minimă la traversarea sistemului de prisme în cazul radiației cu lungimea de undă λ_0. *Cât este* unghiul de incidență ce determină această deviație minimă ?

4) *Pentru ce* lungime de undă, o rază luminoasă incidentă pe fața AD si paralelă cu baza DC, iese din sistemul de prisme (ca rază emergentă) paralelă cu baza DC?

B) Dispozitivul interferențial din figura alăturată este format dintr-o sursă punctiformă (S), ce emite lumină monocromatică, o lentilă convergentă (L), un ecran (E), având în centru un orificiu de mici dimensiuni, și o lamelă (LM) de sticlă, așezată perpendicular pe axul optic principal (axa de simetrie a instalației). Pe ecran se obțin franje circulare de egală înclinare. Cunoscând razele r_m și r_n ale inelelor întunecoase de ordinul *m*, respectiv *n*, grosimea *b* a lamelei (LM), indicele său de refracție *N*, precum și distanța *D* dintre ecran și lamelă, *să se determine* lungimea de undă a radiației emise de sursă. Se va admite că $r_{m,n} << D$ și, la nevoie, se poate utiliza aproximația $\sqrt{1 \pm x} \approx 1 \pm (x/2)$, dacă $x << 1$.

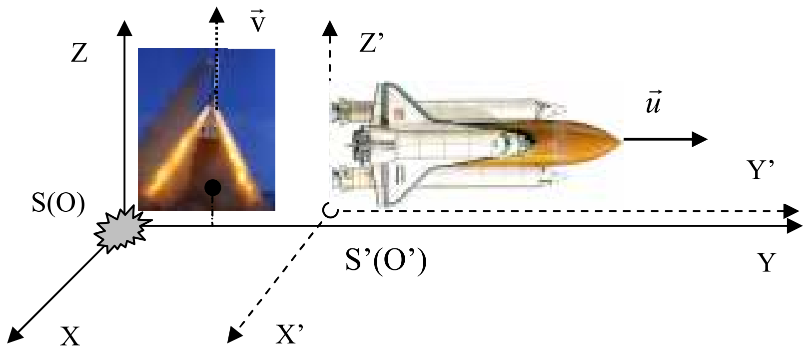


Aplicație numerică:
$b = 0{,}5\,\mathrm{mm}$, $N = 1{,}5$, $D = 2\,\mathrm{m}$, $r_4 = 22\,\mathrm{cm}$, $r_5 = 16\,\mathrm{cm}$.

C) O radiație luminoasă cu lungimea de undă $\lambda = 535\,\mathrm{nm}$ cade normal pe o rețea de difracție funcționând prin transmisie. a) Știind că unul dintre maximele de difracție se formează în direcția $\theta = 35^0$ și că cel mai mare ordin de difracție ce poate fi observat corespunde lui $k_{max} = 5$ să *se determine* constanta rețelei. b) *Cât ar fi* lungimea de undă λ' a radiației care căzând normal pe această rețea ar forma maximul de la punctul a), al cărui ordin este necunoscut, în direcția $\theta' = 30^0$?

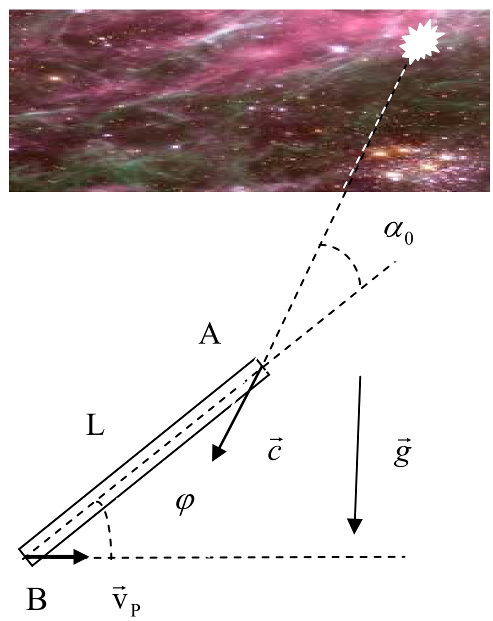
3. Racheta relativistă, luneta şi radiația cosmică

A) În figura alăturată sunt reprezentate două sisteme de referință inerțiale: sistemul fix SXYZ, solidar cu o stea şi sistemul mobil S′X′Y′Z′, solidar cu o navetă spațială care se deplasează rectiliniu şi uniform cu viteza $\vec{u}$ față de S. Un observator din sistemul S apreciază că viteza unei rachete relativiste, în raport cu sistemul S, este $\vec{v}\,(0;0;v)$, orientarea ei fiind cea indicată în desen.



Să se stabilească elementele vectorului $\vec{v}'$ (componente, modul, orientare), reprezentând viteza rachetei în raport cu un observator din sistemul S′. Se cunoaşte viteza luminii în vid, c.

B) Datorită propagării luminii prin vid cu o viteză finită, c şi datorită deplasării Pământului pe orbita din jurul Soarelui cu viteza $\vec{v}_P$, direcția axei lunetei, utilizată în astronomie pentru a observa o stea, este diferită de direcția propagării luminii de la stea spre Pământ, aşa cum indică figura alăturată. Acesta este fenomenul denumit "*aberația luminii*".



Să se calculeze unghiul de înclinare al axei lunetei, față de direcția propagării luminii de la stea spre Pământ, α_0, atât în cazul clasic, cât şi în varianta relativistă şi *să se compare* cele două valori. Se cunoaşte înclinația axei lunetei, φ, față de direcția vectorului $\vec{v}_P$. Pentru un interval de timp foarte mic, mişcarea Pământului în raport cu Soarele este rectilinie şi uniformă. Se neglijează mişcarea Soarelui în raport cu stelele. Se dau: $\varphi = 30^0$; $v_P =$ 30 km/s; $c = 3\cdot10^8$ m/s. *Caz particular*: steaua observată se află la Zenit. Se neglijează prezența aerului atmosferic.

C) Se ştie că radiația cosmică, formată în special din protoni, pătrunde în atmosfera Pământului şi interacționând cu nucleele unor atomi de azot sau oxigen formează particule noi, numite mezoni π, care se dezintegrează producând miuoni μ, aceştia fiind şi ei particule instabile din a căror dezintegrare rezultă apoi particule stabile. Mezonii şi miuonii astfel rezultați au viteze foarte mari, apropiate de viteza luminii. Dar mezonii şi miuonii se pot produce şi artificial, cu ajutorul marilor acceleratoare de particule, când ei se obțin ca particule foarte lente, instabile, a căror durată de viață determinată în laborator este practic aceeaşi ca şi cum ei ar fi în repaus, T_0. Astfel s-au determinat: $T_{0,\pi} = 10^{-8}$ s; $T_{0,\mu} \approx 2\cdot10^{-6}$ s.

Să se justifice prezența acestor particule la nivelul mării, ştiut fiind faptul că mezonii se formează la aproximativ $h_\pi = 30$ km altitudine, iar miuonii se formează la aproximativ $h_\mu = 6$ km altitudine, pentru că duratele lor de viață T_0, precizate mai sus, sunt totuşi prea mici pentru a putea explica parcurgerea unor asemenea distanțe, chiar cu viteze apropiate de viteza luminii. *Să se determine* raportul vitezelor celor două tipuri de particule.

Prof. univ. dr. FLOREA ULIU
Facultatea de Fizică - Universitatea din Craiova

Prof. dr. MIHAIL SANDU
G.S.E.A.S. Călimăneşti